#### שאלה 1:

הטענה **לא נכונה**.

נבחר .

מתקיים *.*

*אבל עבור יש 2 ייצוגים* ***שונים****:*

*.*

*.*

*לכן* ***אינו*** *סכום ישר של .*

#### שאלה 2:

**הקדמה:** נתון כי מתקיים , לכן עבור מתקיים , כלומר קיבלנו ומכאן מתקיים , לכן הפ"א של הוא , כלומר הוא ע"ע של עם ריבוי אלגברי .

*אם ע"ע של עם ו"ע , אז הוא ע"ע של עם ו"ע , לכן מתקיים ומכאן .*

*כלומר הע"ע של הם .*

*עבור מתקיים , כלומר היא מטריצה סימטרית.*

*עבור מתקיים , כלומר היא מטריצה אנטי-סימטרית.*

***סעיף ב':*** *אם כן המרחב העצמי של הוא מרחב המטריצות הסימטריות.*

*עבור מטריצה סימטרית מסדר מתקיים:*

באופן כללי עבור מטריצות נגדיר:

כלומר היא קבוצת המטריצות שכל איבריהן 0 למעט האיבר .

מתקיים כי במרחב יש מטריצות כאלה.

*כלומר היא קבוצת המטריצות שכל איבריהן 0 למעט האיברים וגם .*

*מתקיים כמספר האיברים שמתחת/מעל לאלכסון הראשי.*

*לכן ולכן .*

*עבור מתקיים שהמרחב העצמי הוא מרחב המטריצות האנטי-סימטריות.*

*נגדיר*

*כלומר היא קבוצת המטריצות שכל איבריהן 0 למעט האיברים וגם .*

*מתקיים כמספר האיברים שמתחת/מעל לאלכסון הראשי.*

*לכן ולכן .*

***סעיף א':*** *לכן הפ"א הוא .*

*נשים לב שכביכול התייחסנו רק למטריצות סימטריות ואנטי-סימטריות, אך כל מטריצה ניתן לכתוב באופן הבא:*

*כאשר היא מטריצה סימטרית וכן היא מטריצה אנטי-סימטרית, ויש משפט כי כל מטריצה ניתנת לרישום באופן יחיד כסכום של מטריצה סימטרית ומטריצה אנטי-סימטרית .*

***סעיף ג':*** *אם נגדיר בסיס אזי היא קבוצת כל הו"ע של וכן היא קבוצה בת"ל ולכן בסיס.*

*כלומר קיים למרחב בסיס, שהוא שמורכב כולו מו"ע של , לכן לכסינה.*

*כמו כן, לכל ע"ע של מתקיים ולכן לכסינה.*

*אם לכסינה, הרי שמתקיים כי היא מטריצה אלכסונית כאשר באלכסונה הע"ע של , כלומר*

#### שאלה 3:

***סעיף א':*** *על מנת למצוא את נדרש למצוא את .*

*נמצא תחילה את מטריצת המעבר מבסיס לבסיס , ומתקיים .*

*מתקיים , וכן , ובנוסף:*

*לכן נקבל .*

***סעיף ב':***

*על מנת להוכיח כי הפיך, נראה כי ואכן מתקיים .*

*מתקיים .*

*נסמן ונמצא את :*

*.*

*מתקיים ומכאן נקבל .*

*לכן נקבל ..*

#### שאלה 4:

***סעיף א':*** *מתקיים , לכן נקבל .*

*מכאן שמתקיים .*

*לכל בסיס מתקיים כאשר היא מטריצת המעבר מבסיס לבסיס .*

*ידוע כי , לכן ולכן במטריצה יש שורה שכל שאר השורות הן כפולות שלה.*

***סעיף ב':*** *נכפול את השורה השנייה ב- ונקבל:*

*נוסיף את השורה הראשונה לשנייה ונקבל:*

*לכן נקבל:*

*הדטרמיננטה שקיבלנו היא של , כי הכפלנו את השורה השנייה ב-, לכן למעשה מתקיים:*

*ומכאן שהע"ע הם בריבוי אלגברי 1, בריבוי אלגברי .*

*עבור מתקיים:*

*לכן נקבל: , כלומר , כלומר הו"ע של הוא .*

*עבור מתקיים:*

*לכן נקבל וכן דרגות חופש.*

*לכן הו"ע הם: וכן לכל .*

*לכן הבסיס יהיה , ומתקיים*

#### שאלה 5:

***סעיף א':*** *מתקיים .   
ישנן 2 שורות תלויות לינארית, לכן .*

*סכום כל שורה הוא 10, לכן .  
מתקיים , לכן .   
לכן מתקיים .*

***סעיף ב':*** *ע"פ הפולינום האופייני, הע"ע של הם .*

*עבור מתקיים:*

*נקבל משוואה אחת: , נבודד את ונקבל .*

*נקבל משוואה שנייה: , נציב את ונקבל*

*כלומר , לכן הו"ע המתאימים לע"ע הם .*

*הו"ע המתאים לע"ע הוא , כי אם סכום כל השורות הוא אז הו"ע שלו הוא .*

*עבור מתקיים:*

*נקבל משוואה: .*

*נקבל משוואה נוספת: , נציב ונקבל: ומכאן .*

*נקבל משוואה נוספת: , נציב ונקבל: ומכאן .*

*כלומר , לכן הו"ע המתאים לע"ע הוא .*

*נבחר בסיס , ומתקיים .*

***סעיף ג':*** *מתקיים וזו מטריצה אלכסונית, לכן* ***הפיכה****.*

***סעיף ד':*** *אם ע"ע של עם ו"ע , אז הוא ע"ע של עם ו"ע .*

*קיבלנו כי הוא ע"ע של עם ו"ע , לכן הוא ע"ע של עם ו"ע .*

*מהגדרת ע"ע מתקיים , לכן נקבל: ולכן סכום כל שורה הוא .*

***סעיף ה':*** *מתקיים .*

*במטריצה אלכסונית הע"ע הם איברי האלכסון, לכן 0 הוא ע"ע של מטריצה זו.*

***סעיף ו':*** *מתקיים*